**Теорема** 2 (второй замечательный предел)

**Без доказательства.**

**Замечание.** Ранее было доказано, что последовательность сходится к числу е при . Можно доказать, что для бесконечно большой последовательности последовательность также сходится к числу е при . Это и означает (согласно определению предела функции по Гейне), что

**9.5 Свойства функций, непрерывных на отрезке.**

**Определение.** Функция называется непрерывной на отрезке , если:

1) она непрерывна в каждой точке интервала ;

2) она непрерывна справа в точке а, то есть ;

3) она непрерывна слева в точке b, то есть ;

**1.Ограниченность непрерывной на отрезке функции**

**Теорема (1-ая теорема Вейштрасса)**. Если непрерывна на отрезке , то она ограничена на этом отрезке, то есть

**Доказательство (от противного).** 1) Предположим что неограничена на отрезке , тогда для такое, что .

Последовательность бесконечно большая последовательность.

2) Последовательность – ограничена, так как лежит на отрезке => по теореме Больцмана-Вейштрасса содержит сходящуюся подпоследовательность : при

3) – бесконечно большая последовательность, потому что ее подпоследовательность бесконечно большая последовательность:

4) – непрерывна в точке с (в соответсвии с определением непрерывности функции по Гейне)

получили противоречие с пунктом 3 Исходное предположение неверно. Ч.Т.Д.

**Замечание.** Первая теорема Вейштрасса неверна для промежутков, не являющихся отрезками. 1) – непрерывна на интервале , но не является ограниченной на этом интервале

2) непрерывна на , но не является ограниченной на .